

Control Quiz [2] 2020/05/04

(1) 次の無限等比数列の和を計算しなさい.

$$S = 1 + 0.9 + 0.9^2 + \dots$$

【解答】

S は初項 1, 公比 0.9 の無限等比数列の和であるから

$$S = \frac{1}{1 - 0.9} = 10$$

(2) 次の複素関数の逆ラプラス変換を計算しなさい.

$$X(s) = \frac{1}{s(s+1)(10s+1)}$$

【解答】

$X(s)$ は

$$X(s) = \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+1} + \frac{a_3}{10s+1}$$

と部分分数分解できる. 留数定理より, 各係数 a_1, a_2, a_3 は

$$a_1 = sX(s)|_{s=0} = \frac{1}{(s+1)(10s+1)} \Big|_{s=0} = 1$$

$$a_2 = (s+1)X(s)|_{s=-1} = \frac{1}{s(10s+1)} \Big|_{s=-1} = \frac{1}{9}$$

$$a_3 = (10s+1)X(s)|_{s=-\frac{1}{10}} = \frac{1}{s(s+1)} \Big|_{s=-\frac{1}{10}} = -\frac{100}{9}$$

であるため

$$X(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{9} \frac{1}{s+1} - \frac{100}{9} \frac{1}{10s+1}$$

となる. したがって,

$$\mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] + \frac{1}{9}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] - \frac{10}{9}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+\frac{1}{10}}\right]$$

$$= \left(1 + \frac{1}{9}e^{-t} - \frac{10}{9}e^{-\frac{t}{10}} \right) u_s(t)$$

(3) 次の微分方程式を解きなさい

$$\frac{dx(t)}{dt} - 3x(t) = e^{-t}, \quad t \geq 0, \quad x(0) = -2$$

【解答】

与式の両辺をラプラス変換すると

$$sX(s) - x(0) - 3X(s) = \frac{1}{s+1}$$

となる． $x(0) = -2$ を代入して $X(s)$ について解くと

$$X(s) = -\frac{2s+1}{(s+1)(s-3)}$$

となる．部分分数分解すると

$$X(s) = -\frac{1}{4(s+1)} - \frac{7}{4(s-3)}$$

となる．これを逆ラプラス変換して

$$x(t) = \left(-\frac{1}{4}e^{-t} - \frac{7}{4}e^{3t} \right) u_s(t)$$

(4) 制御という言葉から連想するものをあげて，それについて簡単に説明しなさい

【解答例 エアコン】

エアコンは，室温が設定温度と等しくなるように稼働する．絶えず測定される室温と設定温度との差の値を基に，エアコンの風は適切な風量となるように制御されている．