



制御工学同演習 (5)

古典制御から現代制御の導入まで
制御工学の基礎を学ぶ

制御工学 第4回 授業のポイント

2021年 4月 23日 (金) 10:45 ~ 11:15

- 1次遅れ要素と2次遅れ要素の伝達関数
 - 1次遅れ要素：時定数
 - 2次遅れ要素：固有周波数と減衰比
- 時間応答（ステップ応答）の計算
- 極の計算と複素平面上への図示

慶應義塾大学 理工学部

足立 修一

4月23日は慶應義塾開校記念日で、昔はお休みでした



制御工学 第4回 演習問題 (2021/04/19)

1番：1次遅れ要素

$$G(s) = \frac{1}{0.1s + 1}$$

■ ステップ応答の計算

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[G(s) \frac{1}{s} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{0.1s + 1} \frac{1}{s} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{10}{s} \frac{1}{s + 10} \right]$$

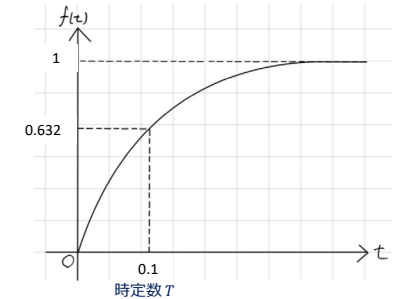
$$= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 10} \right]$$

$$= (1 - e^{-10t}) u_s(t)$$

■ 時定数 $T = 0.1$

■ 時定数のうれしさ

- システムの遅れを定量的に表すので、この数値をシステムの速さとみなせる。
- フィードバック制御によって、この時定数を小さくできる（応答を速くできる） \Rightarrow 今後、学習



注意：作図の際、定規を使わないと減点



制御工学 第4回 演習問題 (2021/04/19)

2番：2次遅れ要素

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

比例要素と
2次遅れ要素の
直列接続

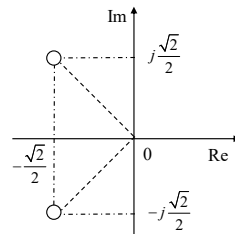
■ 極 $s^2 + \sqrt{2}s + 1 = 0 \quad \therefore s = \frac{-\sqrt{2} \pm j\sqrt{2}}{2}$

■ 固有角周波数と減衰比

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + \sqrt{2}s + 1$$

$$\omega_n = 1, \quad \zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707$$

■ 極をプロット



バターワース (Butterworth) 極配置

信号処理のフィルタで重要
授業の範囲を超えますが、バターワース多項式、
最大平坦フィルタなど、重要な概念なので、興味のある人は勉強してください。



制御工学 第4回 演習問題 (2021/04/19)

■ インパルス応答の計算

- 伝達関数の逆ラプラス変換がインパルス応答なので、平方完成を用いて、伝達関数を変形する

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = \frac{10}{\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 - \frac{1}{2}} = \frac{10\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}}{\left(s + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

これを逆ラプラス変換すると、

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = 10\sqrt{2}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}t} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}t \cdot u_s(t)$$





Youtube 講義ビデオの訂正

第5回のビデオの一番最後のフーリエ変換の式は誤りです。
正しくは、以下の通りです。

$$G(j\omega) = \mathcal{F}[g(t)] = \int_0^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt$$



コメント

- 時間はあるので、じっくりと考えて解答するようにしてください。
- 数式や図面をていねいに書くことを心がけてください。
- ノートは自分が理解できれば OK ですが、答案やレポートは他人が読むものであることに注意しましょう。
- 1次遅れ要素と2次遅れ要素は、制御工学の基本要素なので、しっかりと理解しましょう。

- 平均点 7.7点 ↓ up