

制御工学同演習 第11回 演習問題 解答例

1.

例) RC 回路

電流が流れ始めてから、コンデンサに完全に蓄電されて、電流が流れなくなるまでに、少し時間がかかる。このとき、電流が過渡状態を経てから完全に流れなくなるまでを過渡現象という。

2.

(1)

$$W(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (1)$$

$$= \frac{K}{s^2 + 10s + K} \quad (2)$$

(2)

このシステムのステップ応答 $f(t)$ は、

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[W(s)\frac{1}{s}\right] \quad (3)$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K}{s^2 + 10s + K}\frac{1}{s}\right] \quad (4)$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s} + \frac{\frac{1}{-5+\sqrt{25-K}}}{s+5-\sqrt{25-K}} + \frac{\frac{1}{-5-\sqrt{25-K}}}{s+5+\sqrt{25-K}}\right] \quad (5)$$

よって、定常ゲインは1.

[別解] 定常ゲインは $s=0$ を $W(s)$ に代入したときの値なので $W(0) = 1$

(3)

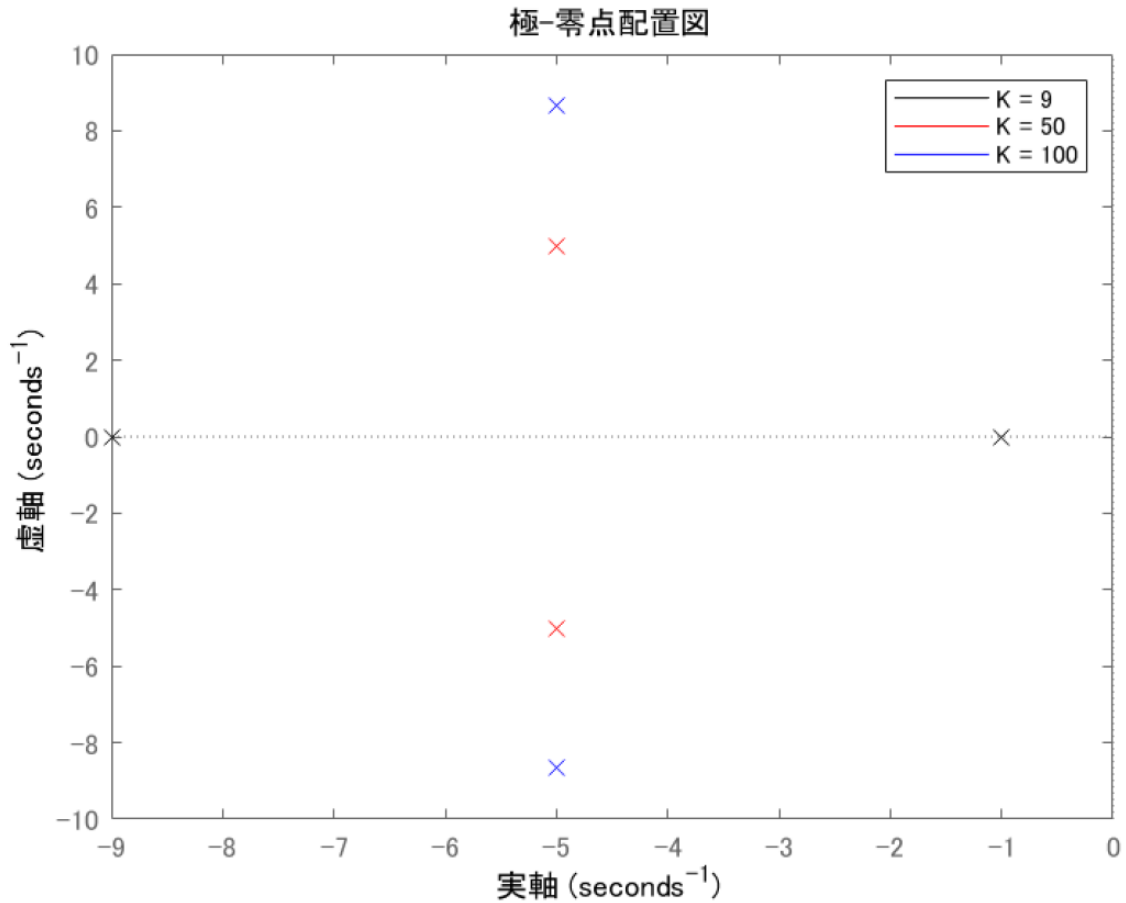
$$\begin{aligned} 2\zeta\omega_n^2 &= 10 \\ \omega_n^2 &= K \end{aligned} \quad (6)$$

より、

$$\omega_n = \sqrt{K} \quad (7)$$

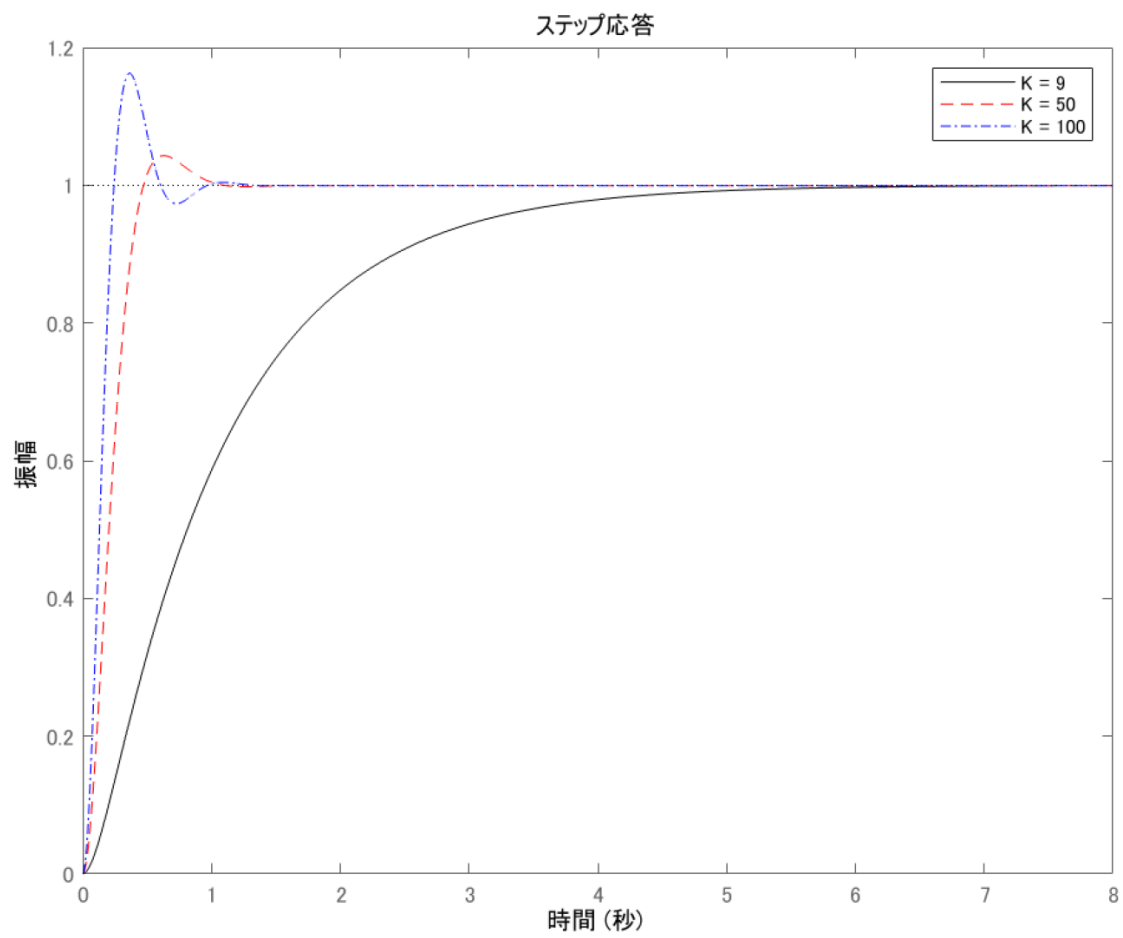
$$\zeta = \frac{5}{\sqrt{K}} \quad (8)$$

(4)



(5)

- $K = 9$ のとき $\omega_n = 3, \zeta = \frac{5}{3}$ となり, $\zeta > 1$ より, 過制動である.
- $K = 50$ のとき $\omega_n = 5\sqrt{2}, \zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ より, オーバーシュート量が 0.05, 5% 整定時間が 0.6s の不足制動.
- $K = 100$ のとき $\omega_n = 10, \zeta = \frac{1}{2}$ より, オーバーシュート量が 0.17, 5% 整定時間が 0.6s の不足制動.



(6)

特性方程式は

$$s^2 + 10s + K = 0 \quad (9)$$

であり、全ての係数が存在して同符号である。

ラウス表は、

$$\begin{array}{ccc} s^2 & 1 & K \\ s^1 & 10 & 2 \\ s^0 & \frac{10K}{10} & \end{array}$$

よって、ラウス数列は $\{1, 10, K\}$ より、全て正なので安定である。

また、一般に、二次系の場合、分母の係数が全て存在し同符号ならば、システムは安定である。