

制御工学同演習 第12回 演習問題 解答例

1. (1) フィードバック制御系の特性方程式は,

$$1 + P(s)C(s) = 0 \quad (1)$$

より,

$$T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K = 0 \quad (2)$$

である. 左辺の s の多項式について, すべての係数が存在して正である. ラウス表は,

s^3	$T_1 T_2$	1
s^2	$T_1 + T_2$	K
s^1	$\frac{T_1 + T_2 - T_1 T_2 K}{T_1 + T_2}$	
s^0	K	

となるので, ラウス数列がすべて同符号となるための条件は,

$$\frac{T_1 + T_2 - T_1 T_2 K}{T_1 + T_2} > 0 \quad (3)$$

すなわち,

$$K < \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (4)$$

である. よって, 求める K の範囲は,

$$0 < K < \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (5)$$

(2) (i) (5)式より,

$$0 < K < 10.1 \quad (6)$$

(ii) 感度関数 $S(s)$ は,

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)} \quad (7)$$

$$= \frac{s^3 + 10.1s^2 + s}{s^3 + 10.1s^2 + s + K} \quad (8)$$

よって,

$$\varepsilon_p = \lim_{s \rightarrow 0} sS(s) \frac{1}{s} = 0 \quad (9)$$

(iii)

$$\varepsilon_v = \lim_{s \rightarrow 0} sS(s) \frac{1}{s^2} \quad (10)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + 10.1s + 1}{s^3 + 10.1s^2 + s + K}$$
$$= \frac{1}{K} \quad (11)$$

よって, $\varepsilon_v \leq 0.2$ となる K は,

$$K \geq 5 \quad (12)$$

である. (6) 式のフィードバック制御系が安定となる K の範囲との共通集合は,

$$5 \leq K < 10.1 \quad (13)$$

(iv) $\varepsilon_v = \frac{1}{K} \leq 0.01$ を満たす K は,

$$K \geq 100 \quad (14)$$

である. このとき, K は (6) 式を満たさないため, フィードバック制御系は不安定となる. したがって, $\varepsilon_v \leq 0.01$ という制御系設計仕様を満たす K は存在しない.

- (v) 積分器を追加して2型制御系にすることで、定常速度偏差を0にすることができる。しかし、2個の積分器によって位相が 180° 遅れるため、フィードバック制御系が不安定となる可能性がある。そこで、位相遅れ補償器を用いて低域のゲインを増加させることが効果的である。

2. 偏差も正弦波で振動して一定値に収束しないから。

このときは、周波数応答の原理を用いて偏差を計算すればよい。すなわち、目標値 $r(t)$ が

$$r(t) = r_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) \quad (15)$$

のとき、十分時間が経過した後の偏差 $e(t)$ は、

$$e(t) = |S(j\omega_0)| r_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0 + \angle S(j\omega_0)) \quad (16)$$

である。