Proceedings of the 52nd Annual Conference of the Institute of Systems, Control and Information Engineers (ISCIE), Kyoto. May 16–18, 2008

3S2-1

システム同定理論を用いた時系列解析による共振ピークの検出法

Detection of resonance peak by time-series analysis with system identification theory

慶應義塾大学　〇 平尾　朋子，足立　修一
Tomoko Hirao and Shuichi Adachi
Keio University

Abstract This paper studies detection of resonance peak from time-series data. A modified method which incorporates system identification theory into the conventional time-series analysis by AR(autoregressive) model is proposed. The key idea of the proposed method is to use a higher-order model for estimation and to reduce the model order by using band-pass filtering. Effectiveness of the method is examined through numerical examples.

1 はじめに

振動スペクトルの共振ピークは振動系を特徴づける重要な物理量であり，これまでさまざまな分野において時系列データから共振ピークを検出する方法が研究されてきた。たとえば，時系列データを AR（autoregressive）モデルに適合し，それに基づいてスペクトル解析を行うパラメトリック法は最もよく知られている [1]。しかしながら，時系列データが，着目する 2 次振動系以外の寄生要素（不確かさ）を多数含んだり，測定雑音などの確率的外乱が加わることにより生成されると，単純に時系列データを 2 次 AR モデルに適合するだけでは精度よく共振ピークを検出することは困難であった。そこで本報告では，時系列データを高次モデルで AR モデルに適合し，システム同定理論 [2] と帯域通過フィルタを利用することにより，2 次振動モデルを同定し，それより共振ピークを検出する新しい方法を提案する。

2 システム同定理論を用いた時系列解析法

2.1 問題設定

本報告では，対象とする時系列 $\{y(k), k = 1, 2, ..., N\}$ を Fig.1 のブロック線図のようにモデリングする。ここで，$P(q)$ は着目する共振ピークを記述する 2 次振動系であり，$Q(q)$ はそれ以外の寄生要素の動特性である。そのため，$y(k)$ を時系列解析する際に $P(q)$ ではなく，$G(q) = P(q)Q(q)$ を白色雑音 $w(k)$ が駆動すると仮定する。ここで，q は時間シフト演算子である。また，図示したように有色性の観測雑音 $v(k)$ が加わるものとする。すなわち，

$$y(k) = P(q)Q(q)w(k) + v(k) \tag{1}$$

で記述される時系列 $y(k)$ から，2 次振動系 $P(q)$ の共振ピークを精度よく検出することが本研究の目的である。

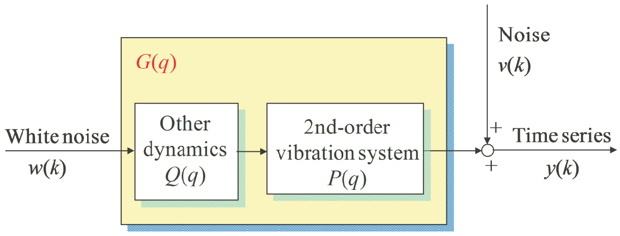

Fig. 1: A time-series model.

2.2 高次パラメータ推定を用いた共振ピークの検出法

対象とする時系列データ $y(k)$ は，2 次以上の高次動特性を有するため，本研究では，高次 AR モデルを用いた時系列解析を行う。そのとき，得られた高次モデルを低次元化する必要があるが，本報告では平衡実現のようなシステムの低次元化ではなく，システム同定理論を用いたデータに基づいた低次元化法 [3] を利用することを提案する。

提案法の手順を以下にまとめる。

【高次パラメータ推定を用いた共振ピークの検出法】

Step 1 $y(k)$ を最小二乗法を用いて高次 AR モデル

$$A(q)y(k) = w(k) \tag{2}$$

に適合し，$A(q)$ を推定する。

Step 2 得られた $A(q)$ と $y(k)$ から駆動雑音の推定値 $\hat{w}(k)$ を計算する。

Step 3 $\hat{w}(k)$ を入力，$y(k)$ を出力とするシステムに対して，システム同定を行う。まず，入出力データの前処理として，共振ピークが存在する周波数帯域を通過帯域とする帯域通過フィルタを入出力データに適用する。つぎに，2 次の ARX（autoregressive with exogenous input）モデル

$$A_L(q)y(k) = B_L(q)\hat{w}(k) + \xi(k) \tag{3}$$

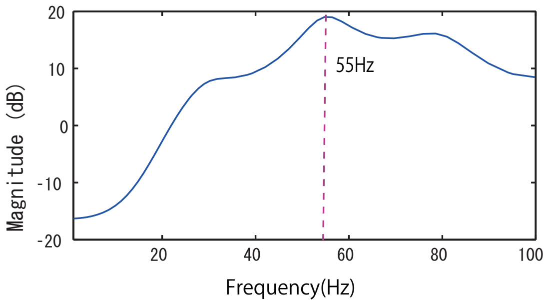

Fig. 2: Frequency characteristics of $G(e^{j\omega T})$.

を用いて同定する [2]。ただし,

$$A_L(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}$$
$$B_L(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}$$

とおいた。また,$\xi(k)$ は式誤差である。

Step 4 共振ピーク周波数 ω_p は次式より計算できる。

$$\omega_p = \sqrt{d^2 - c^2} \tag{4}$$

ただし,c と d はそれぞれ推定された $A_L(q)$ より導かれる二次方程式

$$z^2 + a_1 z + a_2 = 0$$

の複素共役根 $z = \lambda \pm j\mu$ より,次式のように計算できる。

$$c = \frac{1}{2T}\ln(\lambda^2 + \mu^2), \quad d = -\frac{1}{T}\arctan\frac{\mu}{\lambda}$$

ただし,T はサンプリング周期である。

3 数値シミュレーション

前節で提案した方法の有効性を数値シミュレーションを用いて検証する。

3.1 シミュレーション条件

$N = 1000$ とし,$P(q)$ は共振ピーク周波数 55 Hz の 2 次系,$Q(q)$ は 8 次系とした。$G(q) = P(q)Q(q)$ の周波数特性を Fig.2 に示した。以下では,$v(k)$ が白色雑音(NS 比:4.5 dB)の場合と,$v(k)$ が白色雑音を FIR フィルタ $B(q) = 1+0.6q^{-1}$ に通して得られた有色雑音(NS 比:5.2 dB)の場合についてシミュレーションを行った。

3.2 数値シミュレーション結果

白色雑音,有色雑音の場合それぞれについて,帯域通過フィルタリングを行わない入出力データから求めた 2 次 ARX モデルの周波数特性(実線),30〜70 Hz の帯域通過フィルタリングを行った入出力データから求めたそれ(破線)を Figs.3,4 に示した。いずれの場合も,帯域通過フィルタリングを施すことによって,55 Hz に存在する共振ピークを検出できていることがわかる。この数値シミュレーション例より,提案法により共振ピークを検出できることがわかった。

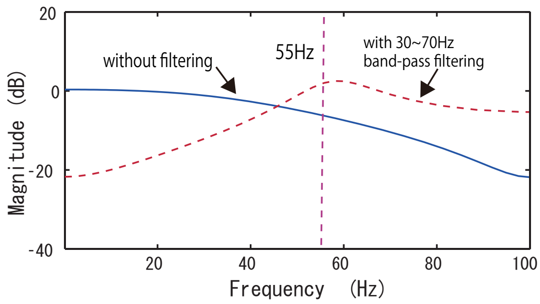

Fig. 3: Frequency characteristic of 2nd-order ARX model for white noise case.

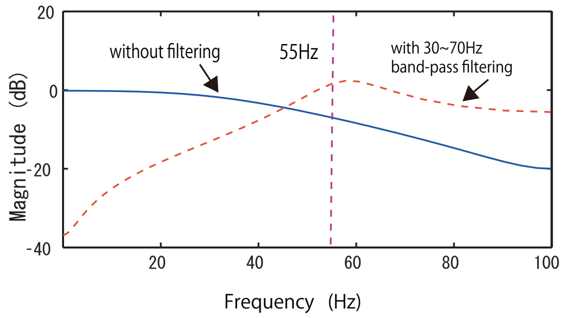

Fig. 4: Frequency characteristic of 2nd-order ARX model for colored noise case.

4 おわりに

システム同定理論を用いた時系列解析法を提案した。提案法を用いると,高次の不確かさが存在する場合においても着目する共振ピークが検出できることを数値シミュレーションによって明らかにした。今後は,モデル低次元化の部分の改良を行い,実問題へ提案法を適用し,その有効性を示していきたい。

参考文献

[1] 中溝高好: 信号解析とシステム同定,コロナ社 (1988)

[2] 足立修一;MATLAB による制御のためのシステム同定,東京電機大学出版局 (1996)

[3] Y.Zhu : Multivariable System Identification for Process Control, Elsevier Science (2001)