

大学院 基礎理工学専攻 講義

モデルベース制御理論

12-101

2017年 4月 11日 (火) 13:00 ~ 14:30



慶應義塾大学
理工学部 物理情報工学科

足立 修一
<http://arx.appi.keio.ac.jp/>

本講義の概要

- 本講義では、線形カルマンフィルタのアルゴリズムを紹介し、数値例を通してその仕組みについて学習することを通してカルマンフィルタの基礎をお話します

慶大 物理情報工学科の制御関連



これらの本は
お買い得ですよ



学部2年秋

学部3年春

学部3年秋

大学院

カルマンフィルタの基礎

- 足立・丸田著, 東京電機大学出版局 (2012.10発行)
- 228ページ, 2900円 (安い!)
- MATLAB ファイルが充実! (丸田)
- ストーリーを大切にしている



ルドルフ・カルマン教授 (1930~2016)

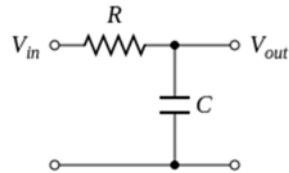
- 1930年にハンガリーのブタペストで生まれた。戦火を逃れるため、1944年に米国に入国した後、1951年にMITに入学。1953年に電気工学で学士号、1954年に修士号を取得し、1957年にコロンビア大学で博士号 (PhD) を取得した。IBM 研究所を経て、1964年スタンフォード大学教授、1971年フロリダ大学において数学的システム論センターの教授と所長を兼任した。1973年にはスイス連邦工科大学 (ETH) の数学的システム論講座の教授を併任。1985年には京都賞 (先端技術部門賞) を受賞している。カルマンフィルタは1960年代米国で行われたアポロ計画で採用され、広く知られるようになった。2016年7月2日逝去。



質問：フィルタから連想するもの

アナログフィルタ

- RC 回路



入力電圧から出力電圧への伝達関数

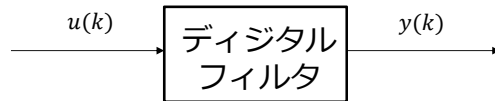
- ◆ 時定数 T [s] の一次遅れ要素
- ◆ 折点周波数 $\omega_b = \frac{1}{T}$ [rad/s] の低域通過フィルタ
- 電気回路でフィルタを実現できる！ (電気回路, 制御工学)
- R と C の設定により通過帯域を調整できる

本セミナーでお話したいこと

- フィルタと言ったら、電気回路で構成された低域通過フィルタなどのハードウェアや、最近ではデジタルフィルタも耳にしますが、カルマンフィルタの本を読むと、数式だけでそれらのフィルタとは別世界のもののように感じてしまうかもしれません。
- 本講義では、カルマンフィルタはデジタルフィルタの一種であることをはじめとして、カルマンフィルタの基礎についてお話しします。

アナログフィルタ → デジタルフィルタ

デジタルフィルタ



- たとえば, 移動平均フィルタ (Moving Average)

$$y(k) = \frac{u(k)+u(k-1)}{2} = 0.5u(k) + 0.5u(k-1), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

⇒ 差分方程式 (漸化式), FIR (Finite Impulse Response) フィルタ

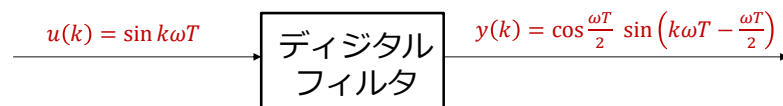
- このフィルタの周波数特性は?

デジタルフィルタ



- 入力: $u(k) = \sin k\omega T$
- 出力: $y(k) = \cos \frac{\omega T}{2} \sin \left(k\omega T - \frac{\omega T}{2} \right)$

デジタルフィルタ



- 単純な漸化式で低域通過フィルタを実現!
⇒ デジタルフィルタ
- 移動平均の項数を増加させると, 全データを利用した単なる平均操作になる
- カルマンフィルタもこれと同じで, 理論に基づいた系統的な方法で, 漸化式 (差分方程式) でデジタルフィルタを構成

なぜいまカルマンフィルタなのか?



- カルマンフィルタは時系列やシステムのダイナミックモデルに基づく**モデルベースアプローチ**
… 近年, モデリング技術が格段に進歩
- 線形ガウシアンに対するカルマンフィルタだけでなく, 非線形・非ガウシアンに対するカルマンフィルタ (パーティクルフィルタなど) が提案され, 実用化
- さまざまな産業製品における**ソフトセンサ**の必要性
 - ハードウェアのセンサがなくても, 数学モデルがあれば, 観測量から未知の物理量を推定できる
- **機械学習**に代表されるAIの分野でもカルマンフィルタは重要な役割を果たしている

フィルタ



- 不要なものを取り除き、ほしいものだけを通すもの

- 信号処理の言葉では、
信号 (Signal : S) 成分だけを通し、雑音 (Noise : N) 成分を除去するもの。そのとき、その時刻までのデータを用いて、その時刻で信号処理を行う



フィルタリングの簡単な例



バネ・マス・ダンパ系 (2次系) ... ここでは連続時間システムを考える

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t)$$

加速度 速度 変位 力 ← 変位 $y(t)$ のみ測定可能と仮定

- 微分方程式 → 状態方程式 (1階の行列・ベクトル微分方程式)

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + w(t) \end{cases}$$

観測雑音

- 状態変数

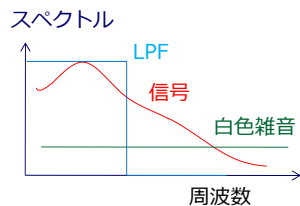
$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{変位 (測定量)} \\ \leftarrow \text{速度 (未知)} \end{matrix}$$

フィルタリング 変位の測定値 $y(t)$ から状態変数 $\mathbf{x}(t)$ を推定

フィルタリングのポイント



- 変位の測定値には雑音加わり、信号と雑音の帯域はオーバーラップしている



- 対策

- 変位データに含まれる雑音の影響を抑える

→ ローパスフィルタリング

→ 近似微分

- 変位から速度を計算 → 微分器の構成

- 速度センサ (ハードウェア) がなくても、計算によって速度の値が得られる ⇒ ソフトセンサ

- 問題点: フィルタや微分器の設計には試行錯誤や経験が必要であり、システムティックな設計法ではない

カルマンフィルタの二つの側面



- 状態推定 (制御理論的なセンス)

現時刻 k で測定可能な量 (出力 $y(k)$, 場合によっては入力 $u(k)$ も) を用いてダイナミクスを既定する状態変数の値 $\mathbf{x}(k)$ を推定すること

- フィルタリング (信号処理的なセンス)

雑音の影響を除去し、信号を復元すること