

An Identification Method of a Mechanical Hybrid System Switched by the Absolute Value of Velocity or Displacement

Mitsuo Hirata Member (Utsunomiya University)

Sakae Noguchi Non-member (Utsunomiya University)

Shuichi Adachi Member (Keio University)

Keywords: hybrid systems, system identification, support vector machines, kernel method, mechanical system

The systems containing both continuous dynamics described by differential equations and discrete events such as ON/OFF switches are referred to as hybrid system. Recently, the system identification of hybrid systems have received more attention not only in academia but also in industry. In this study, an identification method of a hybrid mechanical system switched by the absolute value of velocity or displacement as shown in Fig.1 is considered.

On the identification of the hybrid systems, parameters and region of each submodel on the regression vector space are estimated. A support vector machine (SVM) is usually applied to separate the regression vector space by a hyper-plane. However, we have shown that the regression vector space of the system shown in Fig.1 can not be separated by a linear discriminant function in the following cases:

- The spring constant k or the damping coefficient c is switched by the velocity of the mass m .
- The damping coefficient c is switched by the position of the mass m .

For these cases, we propose an identification method based on SVM with polynomial kernel, and the effectiveness is shown by simulations.

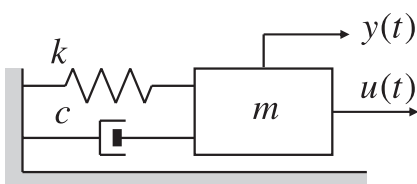


Fig. 1. Spring-mass-damper system

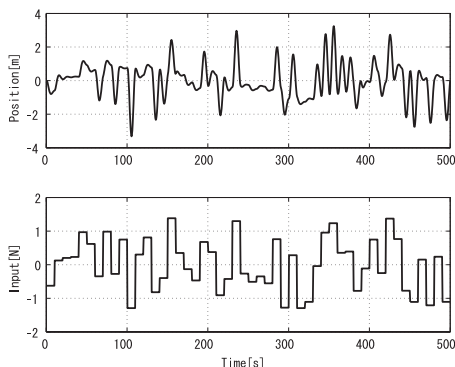


Fig. 2. Input-output data (upper: output, lower: input)

Fig.2 shows input-output data collected by the spring-mass-damper system shown by Fig.1, where the damping coefficient c is switched by the absolute value of the velocity of the mass m . After the data clustering using the K-means method, SVM with polynomial kernel is applied to separate the regression vector space. Fig.3 shows the regression vector space, and the solid line shows the estimated boundary which separates two modes. Fig.4 shows the time responses when the validation input is applied to the identified hybrid system. The solid line shows the actual output, and the dashdot line shows the output obtained by the proposed method. The output of the conventional method using a single ARX model is also shown by the dashed line. The fit ratio is 89.4% for the proposed method and 68.2% for the conventional method. This result indicates the effectiveness of the proposed method.

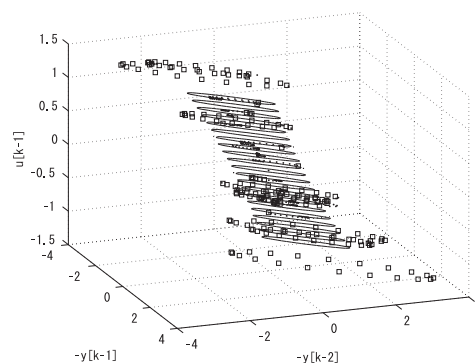


Fig. 3. Regression space (dots: mode 1, squares: mode 2, solid line: estimated boundary)

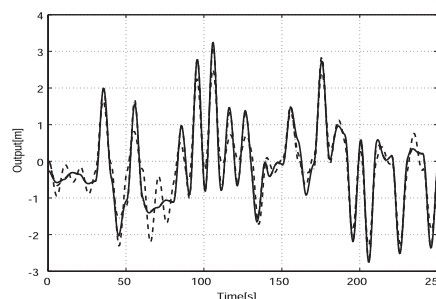


Fig. 4. Time responses of identified models (solid line: true model, dashed line: single ARX model, dashdot line: hybrid model)

速度や変位の絶対値で切り替わる メカニカルハイブリッドシステムの同定法

正員 平田 光男* 非会員 野口 栄*
正員 足立 修一**

An Identification Method of a Mechanical Hybrid System Switched by the Absolute Value of Velocity or Displacement

Mitsuo Hirata*, Member, Sakae Noguchi*, Non-member, Shuichi Adachi**, Member

In this paper, we propose a system identification method for hybrid systems switched by the absolute value of velocity or displacement. First, it is shown that the regression vector space of a mechanical system switched by the absolute value of velocity or displacement cannot be separated by a hyperplane. Then a method based on support vector machines with a polynomial kernel is proposed. The effectiveness is shown by simulations using a spring-mass-damper system.

キーワード：ハイブリッドシステム，システム同定，サポートベクターマシン，カーネル法，メカニカルシステム

Keywords: hybrid systems, system identification, support vector machines, kernel method, mechanical system

1. はじめに

微分方程式などにより記述される連続的な動特性と、スイッチのON/OFFなどの離散事象が混在したシステムをハイブリッドシステムという。近年、ハイブリッドシステムに対する制御系設計や同定法などの研究がさかんに行われている。同定問題においては、同定対象から取得した入出力データのみを用いて、ハイブリッドシステムの数学的表現法の一つである区分的アファイン (PWA: piecewise affine) システムを同定する方法が提案されている⁽¹⁾。この方法では、局所モデルをK-means法などデータクラスタリングにより分類し、それらのパラメータを最小二乗法で推定したあと、回帰ベクトル空間 (以下、回帰空間) を線形分離する超平面をサポートベクターマシン (SVM: support vector machines)⁽¹⁾⁽²⁾ を用いて求める、という手順がとられる。しかしながら、バネ-マス-ダンパで構成される1自由度振動系のようなメカニカルシステムにおいて、バネ定数や粘性摩擦係数が速度や変位の大きさ、つまり、絶対値によって切り替わる場合を想定すると、各局所モデルに対応する

回帰ベクトルを線形分離することができなくなることが示せる。したがって、文献(1)の方法を直接適用できない。

このように、速度や変位の絶対値でモデルが切り替わるという問題設定は、現実のメカニカルシステムにおいて、ごく自然に起こり得る。たとえば、ハードディスクのヘッドアクチュエータでは、磁気ヘッドの変位量や速度の絶対値によって、制御対象の特性が異なることが知られている⁽⁴⁾。また、リニアボールガイドのナノメートル領域の位置決めにおいても、微小動作時と、それ以外において、制御対象の挙動が異なることが示されている⁽⁵⁾。しかし、モデルが切り替わる物理現象やメカニズムの解明は必ずしも容易ではなく、入出力データからモデルが得られるシステム同定法は有効な手段となる。

そこで本稿では、速度や変位が絶対値で切り替わるバネ-マス-ダンパシステムのシステム同定問題を考える。まず、速度の絶対値によって粘性摩擦係数が切り替わる1自由度振動系を例にとり、その回帰ベクトルが回帰空間上でどのように分離されるか、について考察する。続いて、変位の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わる場合、速度や変位の絶対値でバネ定数が切り替わる場合に対する考察を行う。そして、これらを分離するために、多項式カーネルを用いたSVMによる手法を提案する。さらに、計算機上に構築したハイブリッドモデルの入出力データを用いてハイブリッド同定をおこない、提案手法の有効性を示す。

* 宇都宮大学工学部
〒321-8585 栃木県宇都宮市陽東 7-1-2
Utsunomiya University

7-1-2, Yoto, Utsunomiya, Tochigi 321-8585

** 慶應義塾大学理工学部
〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1
Keio University

3-14-1, Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama, Kanagawa 223-8522

2. ハイブリッドシステムの同定

本節では、文献(1)で示されたハイブリッドシステムの同定手順について説明する。まず、同定モデルは次式に示すように s 個のモードからなる区分的 ARX モデル (PWARX: piecewise ARX) とする。

$$y[k] = \begin{cases} \theta_1^T \varphi[k] + w[k], & \text{if } \varphi[k] \in C_1 \\ \vdots & \dots \\ \theta_s^T \varphi[k] + w[k], & \text{if } \varphi[k] \in C_s \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $k = 0, 1, 2, \dots$ は時刻、 $w[k]$ は白色雑音、 θ_i , $i = 1, \dots, s$ はパラメータベクトル、 $\varphi[k]$ は回帰ベクトルであり、それぞれ次式で定義する。

$$\begin{aligned} \theta_i &:= [a_{i1}, \dots, a_{in}, b_{i1}, \dots, b_{in}]^T \\ \varphi[k] &:= [-y[k-1], \dots, -y[k-n], \\ &\quad u[k-1], \dots, u[k-n]]^T \end{aligned}$$

ただし、 n は PWARX モデルの次数であり、すべてのモードで同じとする。また、 $u[k]$, $y[k]$ は、それぞれ入力と出力である。また、 $\{C\}_{i=1}^s$ はポリトープであり、well-posedness 条件 $\cup_{i=1}^s C_i = C$, $C_i \cap C_j = \emptyset, \forall i \neq j$ を満たすものとする。

〈2・1〉 データクラスタリング 入出力データ $(u[k], y[k])_{k=1}^N$ が与えられたとき、次の手順に従ってデータクラスタリングを行う。

Step 1 データセット $(\varphi[k], y[k])_{i=1}^N$ を、 N_c 個のデータセットから構成されるクラスタ C_j に分ける。具体的には、 $(\varphi[j], y[j])$ 自身と、 $(\varphi[j], y[j])$ に近いものから順番に $N_c - 1$ 個集めたものをクラスタ C_j とする。ただし、距離はユークリッドノルム $\|\varphi[j] - \varphi[i]\|$ で定義する。

Step 2 すべてのクラスタ C_j に対して、パラメータベクトル $\theta^{LS,j}$ を最小 2 乗法を用いて次式から求める。

$$\begin{aligned} \theta^{LS,j} &= (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \mathbf{y}_{C_j}, \quad j = 1, \dots, N_c \\ \Phi_j &= [\varphi_1, \dots, \varphi_{N_c}]^T, \quad \mathbf{y}_{C_j} = [y_1, \dots, y_{N_c}]^T \end{aligned}$$

ただし、 $(\varphi_i, y_i)_{i=1}^{N_c}$ は、クラスタ C_j に属すデータセットである。

Step 3 K-means 法によって、Step 2 で求めたパラメータベクトル $\theta^{LS,j}$ をパラメータ空間上で局所モデルの数 s 個に分類する。ここで、K-means 法は分類アルゴリズムの代表的な手法で、クラスタ D_i , ($i = 1, \dots, s$) に属するパラメータベクトル $\theta^{LS,j}$ と、 D_i に含まれるパラメータベクトルの平均値 μ_i を更新しながら以下の評価関数を最小化する手法である。

$$J = \sum_{i=1}^s \sum_{\theta^{LS,j} \in D_i} \|\theta^{LS,j} - \mu_i\|^2$$

Step 4 Step 3 で得られたパラメータ空間上での分類結果に基づき、もとのデータセット $(\varphi[k], y[k])_{i=1}^N$ を s

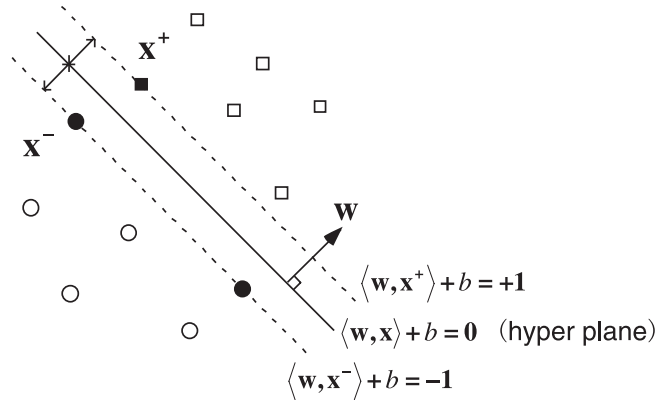


図 1 トレーニングデータと分離超平面
Fig. 1. Training data and hyperplane

個に分類する。パラメータ空間とデータセットには 1 対 1 の対応関係があるのでこの作業は機械的に行うことができる。

クラスタリングされた各モードのデータセットそれぞれに対して、最小 2 乗推定を適用することで各局所モデルに対する ARX モデルを同定することができる。

〈2・2〉 SVM による境界面の推定 クラスタリングされたデータを用いて、局所モデルの動作領域の境界面を SVM により推定する。SVM はパターン認識問題に対して最も優れた学習機械の 1 つとして知られている⁽²⁾⁽³⁾。入力データ $\mathbf{x}_i \in \mathcal{R}^n$ と、それに対応する 2 値のクラスラベル $y_i \in \{-1, 1\}$ からなるトレーニングデータ $(\mathbf{x}_i, y_i), i = 1, \dots, N$ を次式のような線形識別関数で分離する。

$$f(\mathbf{x}_i) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積、 \mathbf{w} は分離超平面の法線ベクトルであり、 b はバイアス項である。データが図 1 のように線形分離できるとき、汎化能力が最も高い超平面は、マージン γ が最大となる超平面である。

このマージン最大化問題は、以下のような線形制約付き 2 次最適化問題 (主問題) として定式化できる。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, b} \mathcal{J}(\mathbf{w}) &= \frac{1}{2} \langle \mathbf{w}, \mathbf{w} \rangle \dots \dots \dots (3) \\ \text{subject to} \quad & (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) y_i \geq 1, \\ & i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

このとき、マージンは $\gamma = 1/\|\mathbf{w}\|$ となる。この最適化問題のラグランジュ関数は次式ようになる。

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, b, \alpha) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{w} \rangle - \sum_{i=1}^N \alpha_i \{ (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) y_i - 1 \} \dots \dots \dots (4)$$

(4) 式を \mathbf{w}, b で微分し、0 とおいたものを、(4) 式に代入して整理すると、以下のような最適化問題 (双対問題) が得られる。

$$\begin{aligned} \max_{\alpha} Q(\alpha) &= \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N y_i y_j \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle \\ \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^N y_i \alpha_i = 0 \dots \dots \dots (5) \\ & \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

最適解 α_i のうち $\alpha_i > 0$ となるものはサポートベクターと呼ばれ、分離超平面の構成に寄与するデータである。

ところで、図2のように、データが線形分離不可能な場合、入力データ \mathbf{x}_i を非線形関数 $\phi(\cdot)$ により高次元特徴空間に写像すると、線形分離可能になる場合がある。これは、(2) 式の代わりに次の非線形識別関数を用いることを意味する。

$$f(\mathbf{x}_i) = \langle \mathbf{w}, \phi(\mathbf{x}_i) \rangle + b \dots \dots \dots (6)$$

一般に、 \mathbf{x}_i の次元が妥当なものであっても、 $\phi(\mathbf{x}_i)$ の次元が著しく増大し、計算が不可能になることが多い。ところが、(5) 式の双対問題では

$$\max_{\alpha} Q(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N y_i y_j \alpha_i \alpha_j \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$$

のように、特徴空間は陽に表れず、内積だけ直接計算できれば良いことがわかる。この内積をカーネル関数と呼び次式で定義する⁽²⁾。

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$$

カーネル関数を用いることで、特徴空間の次元増大による計算量の問題、すなわち次元の呪いを回避でき、これはカーネルトリックとしてよく知られている。

SVM でよく用いられるカーネルとして、多項式カーネル、ガウスカーネル、シグモイドカーネルがある。たとえば、多項式カーネルは

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle^d \dots \dots \dots (7)$$

または

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = (\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \rangle + 1)^d \dots \dots \dots (8)$$

と定義される。

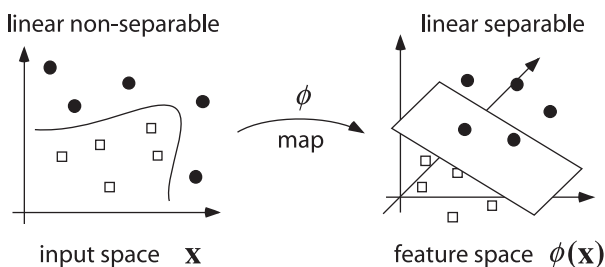


図2 高次元特徴空間への写像

Fig. 2. Mapping to higher dimensional feature space

3. 速度や変位の絶対値によって切り替わるハイブリッドシステムの同定

(3・1) 速度の絶対値でシステムが切り替わる場合

図3に示す1自由度振動系を考える。図3において、 m は質量 [kg], k はバネ定数 [N/m], c は粘性摩擦係数 [Ns/m] である。出力 $y(t)$ を m の平衡点からの変位 [m], 入力 $u(t)$ を m に加える力 [N] とする。すると、運動方程式は、次式となる。

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t) \dots \dots \dots (9)$$

ここで、速度の絶対値によって粘性摩擦係数が切り替わるシステムを考えよう。まず、(9) 式を2種類の粘性摩擦係数 $c = c_1, c_2$ に対してサンプリング周期 T_s でゼロ次ホールドを用いて離散化したモデルを

$$y[k] = \theta_i^T \varphi[k], \quad i = 1, 2 \dots \dots \dots (10)$$

と定義する。ただし、 θ_1, θ_2 はそれぞれ $c = c_1, c_2$ に対するパラメータベクトル、 $\varphi[k]$ は次式で定義される回帰ベクトルである。

$$\varphi[k] := [-y[k-1], -y[k-2], u[k-1], u[k-2]]^T \dots \dots \dots (11)$$

また、 $y[k] = y(T_s k), u[k] = u(T_s k)$ である。そして、 $y[k]$ の速度を後退差分を用いて

$$v[k-1] := \frac{y[k-1] - y[k-2]}{T_s} \dots \dots \dots (12)$$

と定義し、この絶対値によって切り替わる次のハイブリッドシステムを考える。

$$y[k] = \begin{cases} \theta_1^T \varphi[k] & \text{if } |v[k-1]| < V_{sw} \\ \theta_2^T \varphi[k] & \text{if } |v[k-1]| \geq V_{sw} \end{cases} \dots \dots (13)$$

ここで、 $|v[k-1]| < V_{sw}$ を満たすとき mode 1, $|v[k-1]| \geq V_{sw}$ を満たすとき mode 2 とよび、以後、このハイブリッドシステムに対する同定問題を考えていく。

簡単のため $u[k] = 0, \forall k$ の場合を考え、 $y[k-2] - y[k-1]$ 平面上、つまり回帰空間上において、 $y[k]$ の軌跡と各モードとの対応関係を求めよう。すると、(12) 式から図4が得られる。これから、mode 1 のときは領域 C_b 上にあり、mode 2 のときは領域 C_a または C_c 上にあることがわかる。したがって、mode 1 と mode 2 を、回帰空

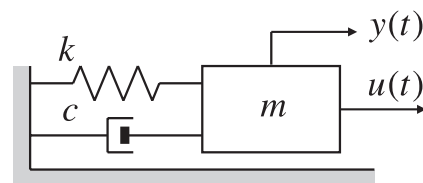


図3 バネ-マス-ダンパシステム

Fig. 3. Spring-mass-damper system

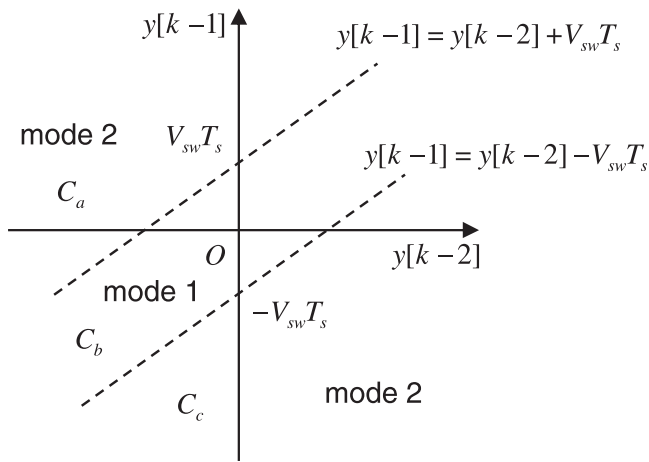


図 4 回帰空間

Fig. 4. Regression vector space

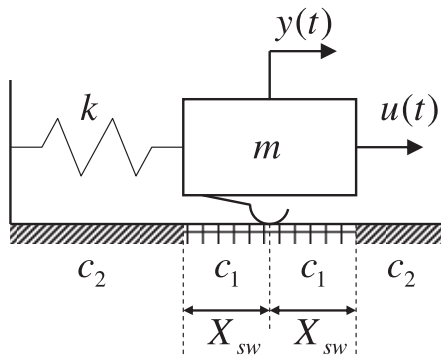


図 5 変位によってダンパが切り替わるシステム

Fig. 5. A damper switched system by displacement

間上で1本の直線を用いて分割することはできない。そこで、領域 C_a と C_b 及び C_b と C_c はそれぞれ直線で分割することに注意し、mode 2 をさらに2つに分割し、領域 C_a を mode 2a, 領域 C_c を mode 2b としよう。つまり、(13) 式のシステムを3つのモードからなるシステムと仮定する。ところが、mode 2a, mode 2b どちらの場合も、パラメータベクトルは θ_2 となるため、パラメータ空間と回帰空間が1対1に対応しない。前章で述べた文献(1)のハイブリッド同定法は、Step 4 でデータセットを回帰空間上で分割する際に、パラメータ空間とデータセットが1対1に対応している必要がある。よって、このままでは、(13) 式に対し、文献(1)の手法を適用することができない。図3において、速度の絶対値によって k が k_1, k_2 に切り替わるシステムを考えた場合も、同様にしてここで述べた問題が生じることが示せる。

〈3・2〉 変位の絶対値でシステムが切り替わる場合 変位によって粘性摩擦係数が切り替わる場合として、図5のシステムを考えよう。このシステムは、質量 m の物体と床との間に粘性摩擦が存在し、 $|y(t)| < X_{sw}$ (mode 1) では、粘性摩擦係数が c_1 となり、それ以外 (mode 2) では、 c_2 となる。(9) 式の運動方程式は、 $y(t) \leq -X_{sw}$ と $y(t) \geq X_{sw}$

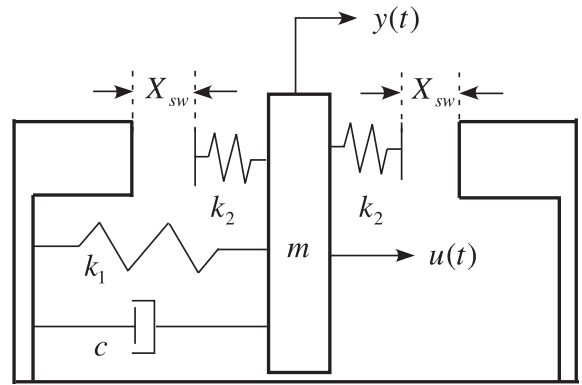


図 6 変位によってバネが切り替わるシステム

Fig. 6. A spring switched system by displacement

と同じになることから、両者を区別することができない。よって、〈3・1〉節と同じ問題が生じる。

一方、物体の変位によってバネが切り替わる場合として図6のシステムを考えよう。図6では、 $|y(t)| \geq X_{sw}$ のとき、バネ k_1 とバネ k_2 が並列結合されるようになっており、そのシステムの運動方程式は

(i) $-X_{sw} < y(t) < X_{sw}$ (mode 1) のとき

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + k_1 y(t) = u(t) \dots \dots \dots (14)$$

(ii) $y(t) \geq X_{sw}$ (mode 2a) のとき

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + (k_1 + k_2)y(t) + k_2 X_{sw} = u(t) \dots \dots \dots (15)$$

(iii) $y(t) \leq -X_{sw}$ (mode 2b) のとき

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + (k_1 + k_2)y(t) - k_2 X_{sw} = u(t) \dots \dots \dots (16)$$

となる。(15) 式と (16) 式で定数項 $k_2 X_{sw}$ の符号が異なるため mode 2a と mode 2b のパラメータベクトル $\theta_i, i = 1, 2$ が区別でき、すべてのモードにおいて、パラメータ空間と回帰空間が1対1に対応する。したがって、 C_a と C_b, C_b と C_c をそれぞれ直線で分割することができるので、文献(1)の手法が適用できる。

〈3・3〉 多項式カーネルを用いたハイブリッド同定法

前節の考察から、図6の場合を除いて、速度や変位の絶対値でモデルが切り替わると、回帰空間を mode 1 と mode 2 に線形分離できないことがわかった。そこで、mode 1 と mode 2 を非線形分離することを考えよう。図4より領域 C_b と $C_a \cup C_c$ の領域は傾きが等しく、切片が原点に対して対称であることに注意すると、これらの領域はそれぞれ次式で表現できる。

$$C_b = \{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y}^T \mathbf{M} \mathbf{y} < (V_{sw} T_s)^2 \} \dots \dots \dots (17)$$

$$C_a \cup C_c = \{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y}^T \mathbf{M} \mathbf{y} \geq (V_{sw} T_s)^2 \} \dots \dots \dots (18)$$

ただし、

$$\mathbf{y} := \begin{bmatrix} y[k-1] \\ y[k-2] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} := \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots (19)$$

したがって,

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{y}^T \mathbf{M} \mathbf{y} - (V_{sw} T_s)^2 \\
 & = y^2[k-1] - 2y[k-1]y[k-2] \\
 & \quad + y^2[k-2] - (V_{sw} T_s)^2 \dots \dots \dots (20)
 \end{aligned}$$

の正負によって $y[k]$ の軌跡が領域 C_b と $C_a \cup C_c$ のどちらに存在するかを判別することができる。

以上の考察より、2次形式の非線形識別関数

$$f(\varphi) = \varphi^T \mathbf{M} \varphi + b \dots \dots \dots (21)$$

を用いれば、回帰空間を mode 1 と mode 2 に分離できることがわかる。ただし、 φ は回帰ベクトル、 $\mathbf{M} = [m_{ij}]$ は対称行列 ($m_{ij} = m_{ji}$) である。なお、記述を簡単にするため、 $\varphi[k]$ を φ と記述することにする。

さらに、(21) 式が多項式カーネルで表現できることを示す。まず、

$$\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4]^T$$

とおき、特徴空間への非線形写像を

$$\begin{aligned}
 \phi(\varphi) = & [\varphi_{11}, \varphi_{22}, \varphi_{33}, \varphi_{44}, \\
 & \sqrt{2}\varphi_{12}, \sqrt{2}\varphi_{13}, \sqrt{2}\varphi_{14}, \\
 & \sqrt{2}\varphi_{23}, \sqrt{2}\varphi_{24}, \sqrt{2}\varphi_{34}]^T
 \end{aligned}$$

で定義する。ただし、記述を簡単にするため $\varphi_{ij} := \varphi_i \varphi_j$ とおいた。そして \mathbf{w} を

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w} = & [m_{11}, m_{22}, m_{33}, m_{44}, \\
 & \sqrt{2}m_{12}, \sqrt{2}m_{13}, \sqrt{2}m_{14}, \\
 & \sqrt{2}m_{23}, \sqrt{2}m_{24}, \sqrt{2}m_{34}]^T
 \end{aligned}$$

のように定義すると (21) 式は (6) 式で表現できる。ここで、 $\langle \phi(\mathbf{z}), \phi(\mathbf{x}) \rangle$ を計算しよう。

$$\begin{aligned}
 & \langle \phi(\mathbf{z}), \phi(\mathbf{x}) \rangle \\
 & = (z_1 x_1)^2 + (z_2 x_2)^2 + (z_3 x_3)^2 + (z_4 x_4)^2 \\
 & \quad + 2z_1 z_2 x_1 x_2 + 2z_1 z_3 x_1 x_3 + 2z_1 z_4 x_1 x_4 \\
 & \quad + 2z_2 z_3 x_2 x_3 + 2z_2 z_4 x_2 x_4 + 2z_3 z_4 x_3 x_4 \\
 & = \langle \mathbf{z}, \mathbf{x} \rangle^2 \dots \dots \dots (22)
 \end{aligned}$$

(22) 式は (7) 式において $d = 2$ とした場合に相当するので、(21) 式の非線形識別関数は2次の多項式カーネルを用いることと等価であることがわかる。なお、上記は $\varphi \in \mathcal{R}^4$ だけでなく、任意の次元で成立する。

4. シミュレーションによる検証

〈4・1〉 入出力データと同定モデル 提案法の有効性を検証するため、速度の絶対値によって粘性摩擦が切り替わるシステムに対しシミュレーションを行う。図3のパラメータを $m = 2.5 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ N/m}$, $V_{sw} = 0.3 \text{ m/s}$,

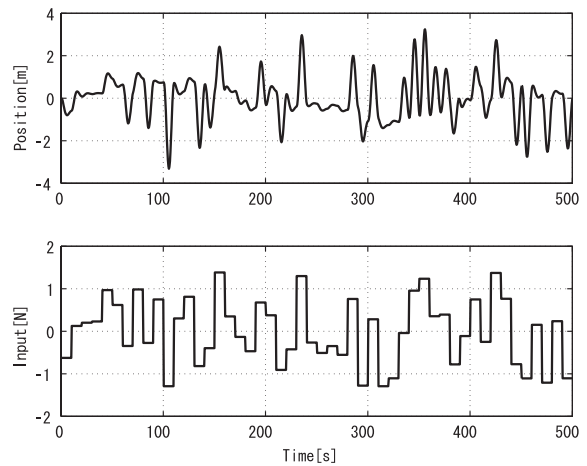


図7 入出力データ (上段: 出力, 下段: 入力)
Fig. 7. Input-output data (upper: output, lower: input)

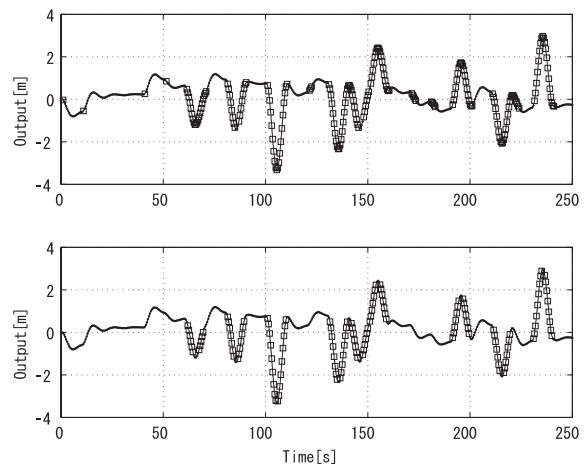


図8 クラスタリング結果 (上段: クラスタリング結果, 下段: 真のクラスタリング結果; 点: mode 1, 四角: mode 2)
Fig. 8. Clustering result (upper: clustered output, lower: true output; dots: mode 1, squares: mode 2)

$c_1 = 1.2 \text{ Ns/m}$, $c_2 = 1.2 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}$ と与え、 $T_s = 0.5 \text{ s}$ で離散化したのちに図7に示す入出力データを収集した。ただし、データ数は $N = 1000$ であり、前半500個をモデル構築用、後半500個をモデル検証用に用いた。同定モデルは次式のような2次のPWARXモデルとする。

$$y[k] = \begin{cases} \theta_1^T \varphi[k] + w[k] & (\text{mode 1}) \\ \theta_2^T \varphi[k] + w[k] & (\text{mode 2}) \end{cases}$$

なお、 $w[k]$ は白色雑音であり、 $\varphi[k]$ は(11)式で定義された回帰ベクトル、 $\theta_i \in \mathcal{R}^4$, $i = 1, 2$ は局所モデルのパラメータベクトルである。

〈4・2〉 データクラスタリングと局所モデルの推定 回帰ベクトルと出力からなるデータセット $(\varphi[k], y[k])$ を、〈2・1〉節で述べた手順に従って mode 1 と mode 2 に分類した。結果を図8の上段に示す。なお、今回は計算機上に

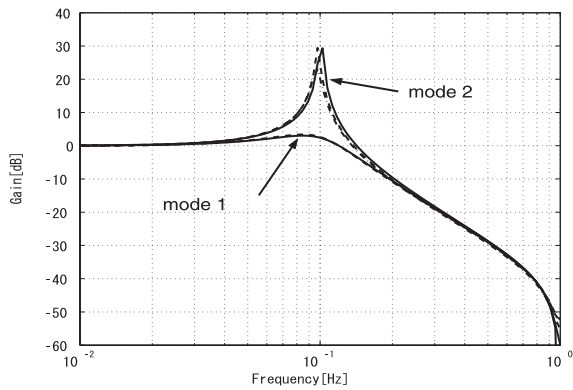


図 9 周波数応答 (実線: mode 1, 2 の真の応答, 点線: mode 1, 破線: mode 2, 一点鎖線: 単一の ARX モデルによる同定結果)

Fig. 9. Frequency responses of identified submodels (solid line: true models of mode 1 and mode 2, dotted line: mode 1, dashed line: mode 2, dashdot line: single ARX model)

構築したモデルを用いて入出力データを生成しているため、真のクラスタリング結果を知ることができる。これを、図 8 の下段に示した。上下の図を比較すると各マーカーの位置が対応しており、ほぼ正確にクラスタリングが行われていることが確認できる。

クラスタリングされた結果をもとに mode 1, mode 2 に対するパラメータベクトル θ_i を最小 2 乗法により推定した。得られた ARX モデルの周波数応答を図 9 に示す。ただし、点線は mode 1, 破線は mode 2 を表す。これより、得られた周波数応答は真の周波数応答とよく一致していることがわかる。比較のため、従来法として単一の ARX モデルを仮定して得られたモデルの周波数応答を鎖線で示した。mode 2 の特性しか得られていないことがわかる。

〈4・3〉 SVM による回帰空間上の切り替え条件の推定

2 次の多項式カーネルを用いて回帰空間を mode 1 と mode 2 に分割する非線形識別関数 (21) 式を推定した。その際、多少の誤差分類を許容するためにソフトマージン最適化を行った。なお、多項式カーネルを用いた SVM のソルバーとしては、フリーで公開されている SVM and Kernel Methods Matlab Toolbox を用いた⁽⁶⁾。その結果を図 10 に示す。ただし、回帰空間は 4 次元となるため、 $\{-y[k-1], -y[k-2], u[k-1]\}$ を用いて 3 次元プロットした。また、2 方向から見た図を示している。これらの図から、mode 1 と mode 2 を分離する境界面が推定できていることが確認できる。

また、求めた局所モデルと切り替え条件を用いて時間領域でのシミュレーションを行い、そのときの出力応答を図 11 に示した。図 7 の後半 500 個の出力データを実線、通常の方法による結果を破線、ハイブリッド同定による結果を鎖線で示す。ハイブリッド同定の方が、応答がよく一致している。適合率で比較すると、従来のシステム同定法が 68.2% であるのに対し、ハイブリッド同定は 89.4% と

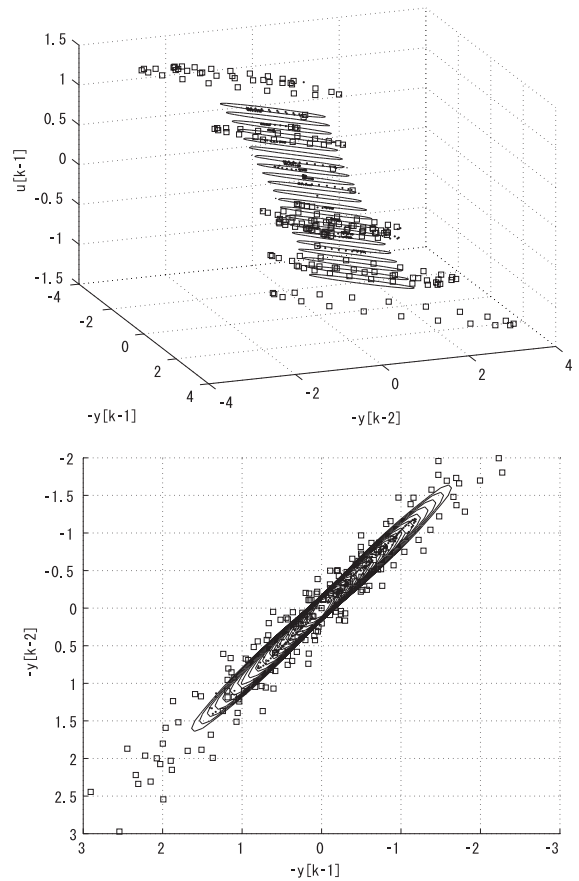


図 10 回帰空間 (点: mode 1, 四角: mode 2, 実線: mode 1 と mode 2 の境界面)

Fig. 10. Regression space (dots: mode 1, squares: mode 2, solid line: estimated boundary between mode 1 and mode 2)

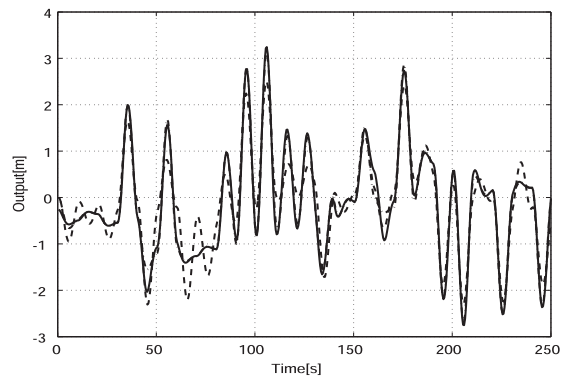


図 11 時間応答の比較 (実線, 真の応答, 破線: 単一の ARX を用いた場合, 鎖線: 提案手法)

Fig. 11. Time responses of identified models (solid line: true model, dashed line: single ARX model, dashdot line: hybrid model)

なった。これらの結果から、速度の絶対値によってモデルが切り替わるシステムの場合、多項式カーネルを用いた提案法が有効であることがわかる。

5. おわりに

本論文では、速度や変位の絶対値でバネ定数や粘性摩擦係数が切り替わる1自由度振動系について考察した。そして、このシステムを2つのモードをもつハイブリッドシステムと仮定すると、回帰空間上で回帰ベクトルを線形分割できないことを示した。また、3つのモードに分割すると、線形分割はできるものの、パラメータ空間と回帰空間が1対1に対応しないという問題が生じることを示した。そして、これらの問題を解決するため、多項式カーネルによるSVMを用いる手法を提案した。数値例により、各モードのパラメータが正しく同定できることを示した。さらに、同定されたハイブリッドシステムの応答を、時間領域で評価したところ、単一ARXモデルを用いた従来のシステム同定法に比べ、適合率が大きく向上することを示した。今後は、本手法を実システムの同定問題に適用していきたい。

謝辞

本研究の一部は科研費(18760314)及び(株)日立製作所中央研究所からの助成により行われた。ここに記して謝意を表す。

(平成19年4月9日受付, 平成19年12月3日再受付)

文 献

- (1) G. Ferrari-Trecate, M. Muselli, D. Liberati, and M. Morari: "Identification of Piecewise Affine and Hybrid Systems", Proceedings of the American Control Conference, pp.3521-3526 (2001)
- (2) N. Cristianini and J. Shawe-Taylor: "An Introduction to Support Vector Machines", Cambridge University Press (2000) (in Japanese) N. Cristianini, J. Shawe-Taylor 著, 大北 剛 訳: 「サポートベクターマシン入門」, 共立出版 (2005)
- (3) S. Adachi: "Advanced System Identification for Control Using MATLAB (Section 13)", Tokyo Denki Univ. Press (1996) (in Japanese)
足立修一: 「MATLAB による制御のための上級システム同定 (第13章)」, 東京電機大学出版局 (2004)
- (4) S. Noguchi, M. Hirata, and S. Adachi: "Hybrid Modeling of Hard Disk Drives Based on Input-Output Data", Proc. of SICE Annual Conference 2005, pp.1132-1135 (2005)
- (5) S. Futami, A. Furutani, and S. Yoshida: Nanometer positioning and its micro dynamics, Nanotechnology, Vol.1, No.1, pp.31-37 (1990)
- (6) S. Canu, Y. Grandvalet, V. Guigue, and A. Rakotomamonjy: SVM and Kernel Methods Matlab Toolbox, <http://asi.insa-rouen.fr/~arakotom/toolbox/>

平田 光男 (正員) 1969年生1月17日生。1993年3月千葉大学大学院工学研究科修了。1996年3月千葉大学大学院自然科学研究科修了。同年4月千葉大学工学部助手, 2004年6月宇都宮大学工学部助教授, 2007年4月宇都宮大学工学部准教授, 現在に至る。博士(工学)。2002年8月~2003年8月カリフォルニア大学パークレイ校機械工学科客員研究員。主としてロボスタ制御理論, サンプル値制御理論, 及びそれらの応用に関する研究・教育に従事。著書にMATLABによる制御系設計, ナノスケールサーボ制御(東京電機大学出版局)など。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本鉄鋼協会, IEEEなどの各会員。



野口 栄 (非会員) 1982年5月28日生。2007年3月宇都宮大学大学院工学研究科電気電子工学専攻修了, 同年4月いすゞ自動車(株)入社, 現在に至る。在学中は, ハイブリッドシステムの同定に関する研究に従事。



足立 修一 (正員) 1957年10月19日生。1981年慶應義塾大学工学部電気工学科卒業。1986年同大学院博士課程修了, 同年(株)東芝総合研究所入社。1990年宇都宮大学工学部電気電子工学科助教授。1993~1996年科学技術庁航空宇宙技術研究所客員研究員。2002年宇都宮大学工学部電気電子工学科教授。2003~2004年英国ケンブリッジ大学客員研究員。2006年慶應義塾大学理工学部物理情報工学科教授, 現在に至る。工学博士。主としてシステム制御工学全般に関する理論研究と産業応用研究に従事。著書にMATLABによる制御のためのシステム同定(東京電機大学出版局)など。計測自動制御学会, 日本鉄鋼協会, システム制御情報学会, 日本機械学会, IEEEなどの各会員。

