

変位や速度の絶対値で切り替わる メカニカルハイブリッドシステムの同定 —実機実験による検証—

橋本 洋平 平田 光男 (宇都宮大学) 足立 修一 (慶應義塾大学)

Identification of a Mechanical Hybrid System Switched by the Absolute Value of Velocity or Displacement —Verification by Real Machine Experiment—

*Y. Hashimoto, M. Hirata (Utsunomiya University), and S. Adachi (Keio University)

Abstract— We have proposed a system identification method for mechanical hybrid systems switched by the absolute value of velocity or displacement, and the effectiveness of the proposed method has been shown by simulations. In this paper, the effectiveness is verified by experiments using a mass-spring-damper system switched by the absolute value of displacement.

Key Words: hybrid system, system identification, support vector machine, kernel method, mechanical system

1 はじめに

微分方程式などにより記述される連続的な動特性と、スイッチの ON/OFF などの離散事象が混在したシステムをハイブリッドシステムという。近年、ハイブリッドシステムに対する制御系設計や同定法などの研究が盛んに行われている。同定問題においては、同定対象から取得した入出力データのみを用いて、ハイブリッドシステムの数学的表現の一つである区分的アファイン (PWA: PieceWise Affine) システムを同定する方法が提案されている¹⁾。この方法では、各局所モデルに対応する回帰ベクトル空間 (以下、回帰空間) を線形分離する超平面をサポートベクターマシン (SVM: Support Vector Machine) を用いて求めている。

しかしながら、バネ-マス-ダンパで構成される 1 自由度振動系のようなメカニカルシステムにおいて、バネ定数や粘性摩擦係数が変位や速度の絶対値によって切り替わる場合を想定すると、各局所モデルに対応する回帰空間を線形分離できなくなることが示せる。したがって、文献 1) の方法を直接適用できない。

そこで文献 4) において著者らは、変位や速度の絶対値で切り替わるバネ-マス-ダンパシステムのシステム同定問題を考え、多項式カーネルを用いた SVM により回帰空間を非線形分離する手法を提案した。そして、計算機上に構成したハイブリッドモデルの入出力データを用いてハイブリッド同定を行い、提案手法の有効性を示した。しかしながら、実機実験による検証はなされていない。

そこで本稿では、実機により変位や速度の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わるバネ-マス-ダンパシステムを構成し、その入出力データを用いてハイブリッド同定を行い、文献 4) で提案されている手法の有効性を実験で検証する。

2 ハイブリッドシステムの同定

本節では、Fig. 1 のような変位の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わるバネ-マス-ダンパシステムについて

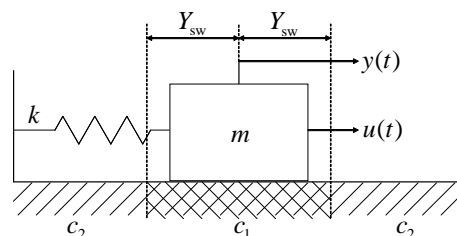


Fig. 1: A damper switched system by displacement.

考え、文献 4) で提案されている同定手法の概要を説明する。Fig. 1 において、 m は質量 [kg]、 k はバネ定数 [N/m]、 c_1, c_2 は粘性摩擦係数 [Ns/m] であり、入力 $u(t)$ は物体に加える力 [N]、出力 $y(t)$ は物体の平衡点からの変位 [m] である。

まず、同定モデルを次式のような 2 次の PWARX (PieceWise ARX) モデルとする。

$$y[k] = \begin{cases} \vartheta_1^T \varphi[k] + w[k], & \text{if } \varphi[k] \in C_1 \quad (\text{mode 1}) \\ \vartheta_2^T \varphi[k] + w[k], & \text{if } \varphi[k] \in C_2 \quad (\text{mode 2}) \end{cases}$$

ここで、 $k = 0, 1, 2, \dots$ は時刻、 $w[k]$ は白色雑音、また、 ϑ_i は mode i のパラメータベクトル、 $\varphi[k]$ は回帰ベクトルであり、それぞれ次式で定義される。

$$\vartheta_i := [a_{i1}, a_{i2}, b_{i1}, b_{i2}]^T$$

$$\varphi[k] := [-y[k-1], -y[k-2], u[k-1], u[k-2]]^T$$

このとき、以下に示す手順に従ってシステム同定を行う。

Step 1 データクラスタリング

入出力データを各モードに対応するデータに分類する。具体的には、データセット $(\varphi[k], y[k])_{k=1}^N$ を N_c 個の値が近いデータセットから構成されるクラスタに分ける。そして、各クラスタに対して最小二乗法を適用してパラメータベクトルを求め、それらを K-means 法により局所モデルの数である 2 つに分類する。得られた分類結果に基づき、元のデータセットを 2 つに分類

する．パラメータベクトルとデータセットは1対1の関係があるため，この作業は機械的にできる．

Step 2 各モードのモデルの推定

Step 1 で分類された各モードのデータセットに対して最小二乗法を適用し，各モードのパラメータベクトル ϑ_i を求める．

Step 3 各モードの動作領域の推定

Step 1 で分類されたデータを用いて，SVM により各モードの動作領域の境界面を求める．文献 1) では，入力データ φ_i を次式の線形識別関数を用いて分離超平面を求めている．

$$f(\varphi_i) = \langle w, \varphi_i \rangle + b$$

ただし， w は分離超平面の法線ベクトル， b はバイアス項であり， $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積を表す．

ここで，簡単のため， $u[k] = 0, \forall k$ の場合を考え，回帰空間上において回帰ベクトルの軌跡と各モードとの関係を図示しよう．Fig. 1 のシステムは， y の絶対値が Y_{sw} で切り替わると仮定しているので，Fig. 2 のようになる．つまり，mode 1 のとき，回帰ベクトルは領域 C_b 上にあり，mode 2 のとき，回帰ベクトルは領域 C_a または C_c 上にあることがわかる．したがって， C_a と C_b, C_b と C_c はそれぞれ線形分離できるものの， C_a と C_c に対応するパラメータベクトルは同じであるため，これらを区別できない．よって，mode 1 と mode 2 を回帰空間上で線形分離できず，文献 1) の方法が直接利用できない．

そこで，mode 1 と mode 2 を非線形分離することを考える．元のデータが線形分離不可能でも，非線形写像 $\phi(\cdot)$ により回帰空間を高次元特徴空間に写像すると，線形分離可能になる場合がある．これはすなわち，次式非線形識別関数を用いることを意味する．

$$f(\varphi_i) = \langle w, \phi(\varphi_i) \rangle + b \quad (1)$$

変位の絶対値でバネ定数が切り替わる場合を除き¹，変位の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わる場合，速度の絶対値でバネ定数，もしくは，粘性摩擦係数が切り替わる場合は 2 次形式非線形識別関数を用いることで，回帰空間を mode 1 と mode 2 に分離することができるが示せる．

一般に， φ の次元が妥当なものであっても， $\phi(\varphi)$ の次元が著しく増大してしまい，計算が困難になる場合

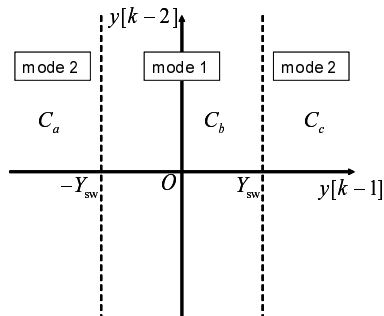


Fig. 2: Regression vector space.

¹この場合は，各領域に対応するパラメータベクトルが異なるため，回帰空間を線形分離でき，文献 1) の手法が適用できる．

がある．ところが，実際にはカーネル関数と呼ばれる次の内積

$$K(\varphi_i, \varphi_j) = \langle \phi(\varphi_i), \phi(\varphi_j) \rangle$$

が計算できればよいことが知られている．カーネル関数を用いると，特徴空間の次元増大による計算量の問題，すなわち次元の呪いを回避でき，これはカーネルトリックとして知られている．

今回考えているシステムの場合，(1) 式非線形識別関数は 2 次の多項式カーネル，すなわち，

$$K(\varphi_i, \varphi_j) = \langle \varphi_i, \varphi_j \rangle^2$$

を用いることと等価であることが文献 4) で示されている．

3 ハイブリッドシステムの構築

実験装置として，IMDU(Industrial Mechatronic Drives Unit)⁵⁾を用いる．この装置は 2 本のモータ軸と 2 本のシャフト軸を有しており，各モータは電流帰還型アンプで駆動される．そして，入力としてモータに電圧を与えると，電圧に比例したトルクがモータに発生し，軸が回転する．この装置を用いて，変位の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わるバネ-マス-ダンパシステムを構築する．その際，実際に変位や速度の絶対値でパラメータが切り替わるようなシステムを作るとは難しいこと，また，パラメータの変更が容易にできることから，本研究ではフィードバックを用いて仮想的にバネやダンパの特性を実現することを考える．

具体的には，2 本のモータ軸を歯車を介してベルトでつなぎ，一方を主駆動用の軸とし，モータに入力 u (電圧) を印加すると同時に，出力 y (回転角度) を観測する．もう一方をバネ・ダンパ用の軸とし，回転角度及びその微分に適当なゲインを乗じてフィードバックすることで，バネやダンパの特性を作り出す．実験装置の模式図を Fig. 3 に，システムのブロック線図を Fig. 4 に示す．ここで， k はバネ定数 [N/rad]， D, c_1, c_2 は粘性摩擦係数 [Ns/rad]， J は慣性モーメント [kg m²]， K_{V2T} 及び K_{T2V} はそれぞれ電圧をトルクに，トルクを電圧に変換する定数であり，互いに逆数の関係にある．また，微分器として， $\omega s/(s + \omega)$ で表される近似微分器をサンプリング周期 τ で双一次変換により離散化したものを用いる．ここで， τ は同定用サンプリング周期 T_s に比べて十分に小さいため，システムは連続系と見なせる．

Fig. 4 において，破線で囲われた部分が各モータのシステムあり，本研究では鎖線で囲われた部分をハイブリッドシステムと見なし，同定実験を行う．制御入力 u から観測出力 y までの伝達関数を計算すると，

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{\frac{J}{K_{V2T}}s^2 + (\frac{D}{K_{V2T}} + c_i)s + k}$$

となるので，

$$m = \frac{J}{K_{V2T}}$$

$$\tilde{c}_i = \frac{D}{K_{V2T}} + c_i$$

と置けば，これは Fig. 1 のシステムと等価なシステムとなることがわかる．

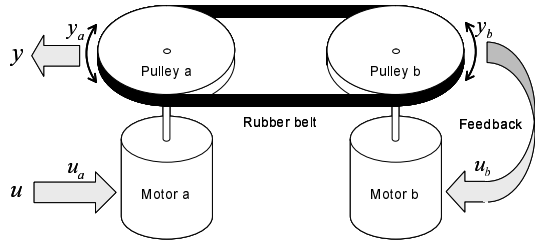


Fig. 3: Mechanical system.

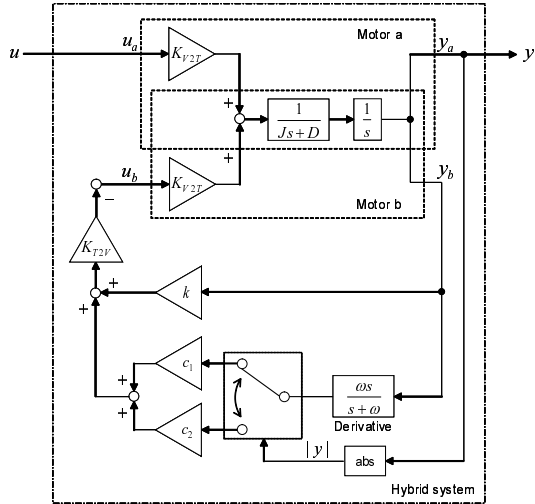


Fig. 4: Block diagram of hybrid system.

4 同定実験

4.1 問題設定

Fig. 4 のシステムにおいて, $k = 0.3$ [N/rad], $c_1 = 0.05$ [Ns/rad], $c_2 = 0.005$ [Ns/rad] とし, 切り替え条件を $Y_{sw} = \pi/6$ [rad] とした.

4.2 各モードのシステム同定

まず, モードの切り替えを行わず, 各モードに対して通常のシステム同定を行い, 各モードのモデルを求めた. サンプル周期を $T_s = 0.05$ [s] とし, 入力として適当な大きさの M 系列信号を印加し, 1000 個の入出力データを取得した. 得られたデータのうち後半 500 個をモデル構築用, 前半 500 個をモデル検証用に用いた. そして, モデル構築用データを用い, 最小二乗法を適用し, 次式で与えられる ARX モデルを求めた.

$$y[k] = \vartheta_i^T \varphi[k] + w[k]$$

求めた各モードのモデルの周波数応答を Fig. 5 に示す. Fig. 5 を見ると, mode 1 と mode 2 では特性が異なることがわかる. また, 求めたモデルに対し, モデル検証用入力データからモデル出力を求め, 検証用出力データと比較した. mode 1 の出力の適合率² は 98.1% と非常に高く, 求めたモデルは妥当であると考えられる. また, mode 2 の出力の適合率は 85.2% であり, mode 1 に比べて多少悪い結果となったが, これは非線形摩擦の影響と考えられる.

²

$$\text{適合率 [\%]} = \frac{1 - \sum_{k=1}^N (\hat{y}[k] - y[k])^2}{\sum_{k=1}^N (y[k] - \bar{y})^2} \times 100$$

ただし, $y[k]$ は真の出力, $\hat{y}[k]$ はモデル出力, \bar{y} は出力の平均値である.

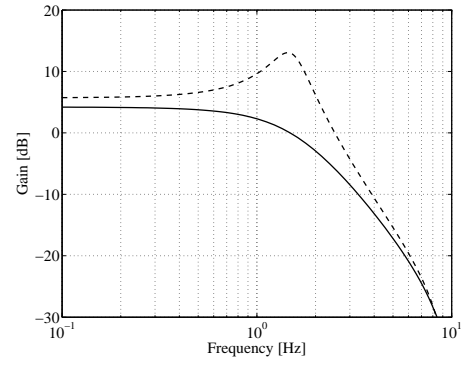


Fig. 5: Frequency responses. (solid line: mode 1, dashed line: mode 2)

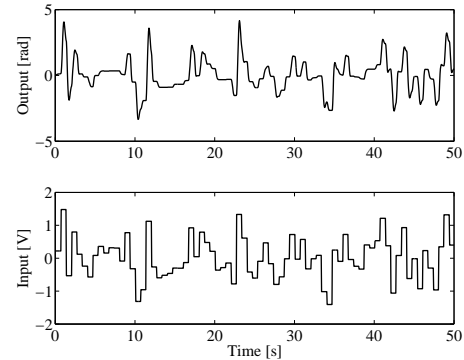


Fig. 6: Input-output data. (upper: output, lower: input)

4.3 ハイブリッドシステムの同定

Fig. 5 を見ると, 約 1.5 Hz 付近で mode 2 に共振があり, mode 1 と mode 2 に大きな違いが出ていることがわかる. そこで, 入力としてクロック周期 $T = 0.667$ [s] (≈ 1.5 [Hz]) の一様分布乱数を用いた. これは, 低周波域のパワースペクトルを大きくすることにより, その周波数帯域を精度良く同定するためである. サンプル周期 $T_s = 0.05$ [s] とし, 1000 個の入出力データを取得した. 得られた入出力波形を Fig. 6 に示す.

得られたデータのうち後半 500 個をモデル構築用, 前半 500 個をモデル検証用に用いた. Step 1 に従って行ったクラスタリング結果を Fig. 7 に示す. Fig. 7 において, 上下の図を比較すると, 各マーカーの位置がほぼ一致していることから, ほぼ正確にクラスタリングができていていることがわかる. また, クラスタリングの適合率は 82.4% であった.

次に, Step 2 としてクラスタリング結果を元に各モードのモデルを最小二乗法により求めた. 求めたモデルの周波数応答を Fig. 8 に示す. 比較のため, 単一の ARX モデルを仮定してシステム同定を行った場合 (以下, 従来法と呼ぶ) の結果も示した. Fig. 8 を見ると, 従来法では各モードの中間の特性しか同定できていないのに対し, 提案法では各モードの特性をある程度同定できていることがわかる.

次に, Step 3 で述べた多項式カーネルを用いた SVM による手法を用いて各モードの動作領域の分離超平面を求めた. 結果を Fig. 9 に示す. ただし, 実際には $\varphi \in \mathbb{R}^4$ であるが, そのままでは図示できないため, ここでは, $u[k-1] - y[k-1] - y[k-2]$ 空間に写像したものを示している.

以上よりハイブリッドモデルが求めたので、モデルの妥当性を検証する。そこで、ハイブリッドモデルと単一 ARX モデルの両方に対してモデル検証用入力データからモデル出力を求め、モデル検証用出力データと比較した。出力応答の比較を Fig. 10, 真の出力との偏差を Fig. 11 に示す。適合率は提案法が 82.7%, 従来法が 77.0%, また, RMSE は提案法が 0.21, 従来法が 0.28 であり, 提案法の有効性が示せた。なお, 提案法と従来法の間には顕著な差が現れていないのは, 従来法でもある程度適合率が高いこと, また, クラスタリング精度が不十分であるため, モデル (特に分離超平面) が上手く求まらなかったことが原因であると考えられる。

5 おわりに

本論文では, フィードバック制御を用いて仮想的にバネやダンパの特性を持たせることで, 変位や速度の絶対値で切り替わる 1 自由度振動系の実験システムを構築した。そして, 変位の絶対値で粘性摩擦係数が切り替わる場合に対して, 文献 4) で提案されている手法を適用し, その有効性を実機実験により示した。今後は, ハードディスクドライブのヘッドアクチュエータなどの実システムに対して同定実験を行い, 提案法の有効性を検証したいと考えている。また, 同定精度を向上させるための手法についても考えてゆきたい。

謝辞

本研究の一部は科研費 (18760314) 及び (株) 日立製作所 中央研究所からの助成により行われた。ここに記して謝意を表する。

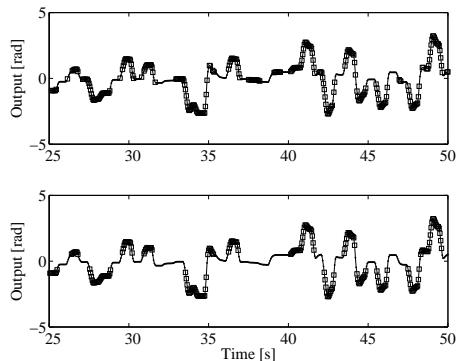


Fig. 7: Clustering result. (upper: clustered result, lower: true result; dots: mode 1, squares: mode 2)

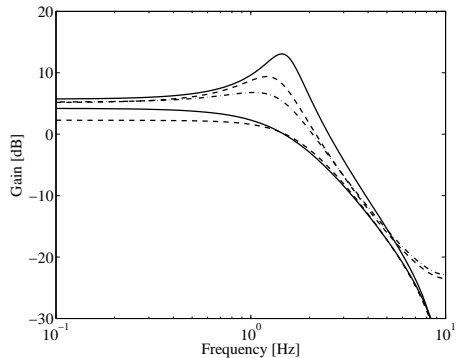


Fig. 8: Frequency responses. (solid line: true models, dashed line: hybrid model, dashdot line: single ARX model)

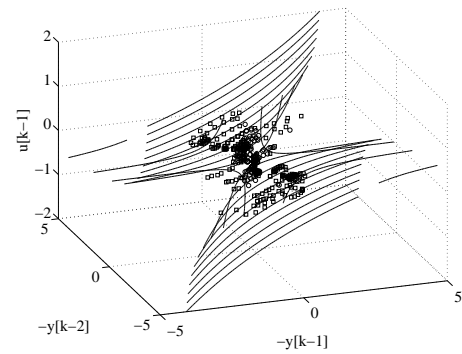


Fig. 9: Regression space. (dots: mode 1, squares: mode 2, solid line: hyperplane)

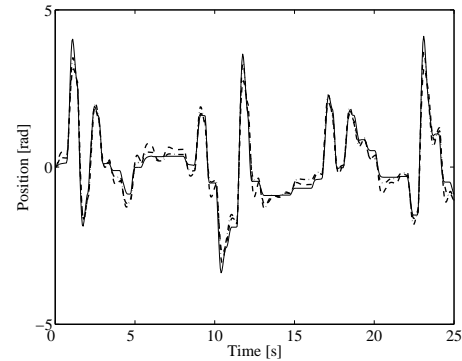


Fig. 10: Time responses. (solid line: true model, dashed line: hybrid model, dashdot line: single ARX model)

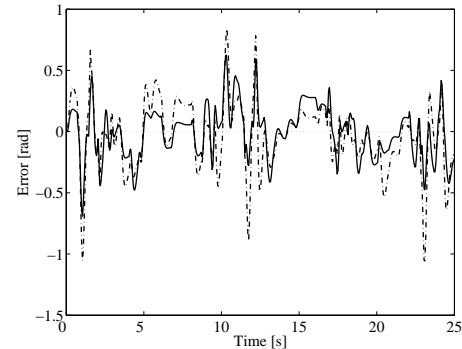


Fig. 11: Error responses. (solid line: hybrid model, dashdot line: single ARX model)

参考文献

- 1) G. Ferrari-Trecate, M. Muselli, D. Liberati, and M. Morari, "Identification of Piecewise Affine and Hybrid System", Proceedings of the American Control Conference, 3521/3526 (2001)
- 2) N. Cristianini and J. Shawe-Taylor 著, 大北 剛 訳, 「サポートベクターマシン入門」, 共立出版 (2005)
- 3) 足立 修一, 「MATLAB による制御のための上級システム同定 (第 13 章)」, 東京電機大学出版局 (2004)
- 4) 野口 栄, 平田 光男, 足立 修一, 「速度や変位の絶対値で切り替わるメカニカルハイブリッドシステムの同定法」, 電気学会論文誌 C, 128-5, 781/787 (2008)
- 5) Industrial Mechatronic Drives Unit (IMDU) User Manual, Quanser (2006)
<http://www.quanser.com/>